Folie 1

Technische Universität Braunschweig

LENA Laboratory for Emerging Nanometrology

Institut für Halbleitertechnik

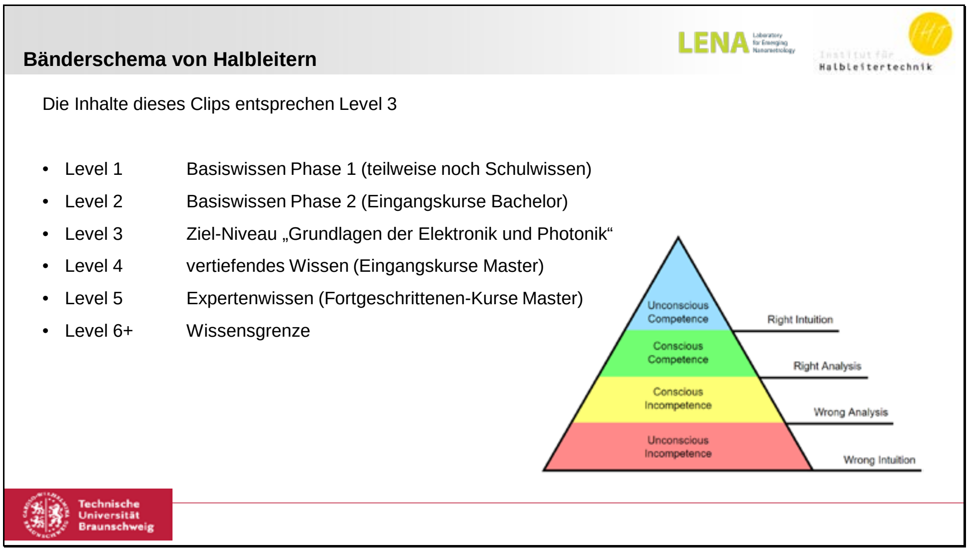
Grundlagen der Elektronik und Photonik

Drift-Diffusions-Ströme in einer Diode mit externer Spannung

Prof. Dr. Andreas Waag

Diffusionsspannung an einem p-n-Übergang

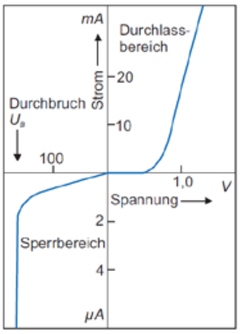
Folie 2



Dieser Clip ist auf Level 3 – Ziel-Niveau der Vorlesung.

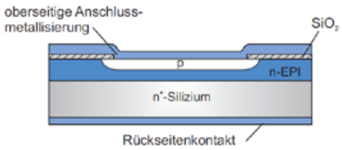
Folie 3

Strom-Spannungs-Kennlinie einer Diode



$$\frac{I(U)}{A} = J(U) = J_S\left(exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right)$$

$$J_S = \frac{qD_n}{L_n} n_0 + \frac{qD_p}{L_p} p_0$$



3

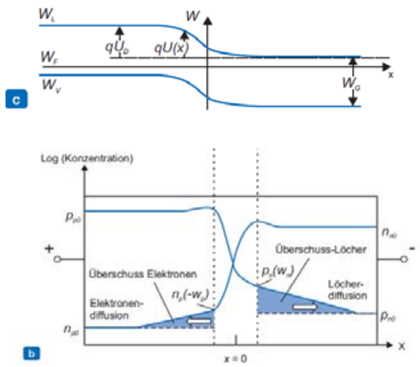
Die Strom-Spannungs-Kennlinie einer Diode ist hier gezeigt. Der Strom I bzw. die Stromdichte J durch eine Diode hängt exponentiell von der von außen angelegten Spannung an der Diode ab (Gleichung). Dies ist die berühmte Shockley-Gleichung. Der Physiker Shockley hat diese Gleichung erstmals hergeleitet. J_S ist die Sättigungs-Stromdichte. Die Bedeutung der Größen D und L wird im folgenden klar werden. Diese Gleichung ist das Ergebnis der Lösung der Differentialgleichungen für Ströme in Halbleitern: der Drift-Diffusions-Gleichung. Das Ergebnis ist hier schon einmal vorweggenommen, um die Orientierung zu erleichtern.

Folie 4

Der p-n-Übergang mit äußerer Spannung

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S U_D}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)}$$

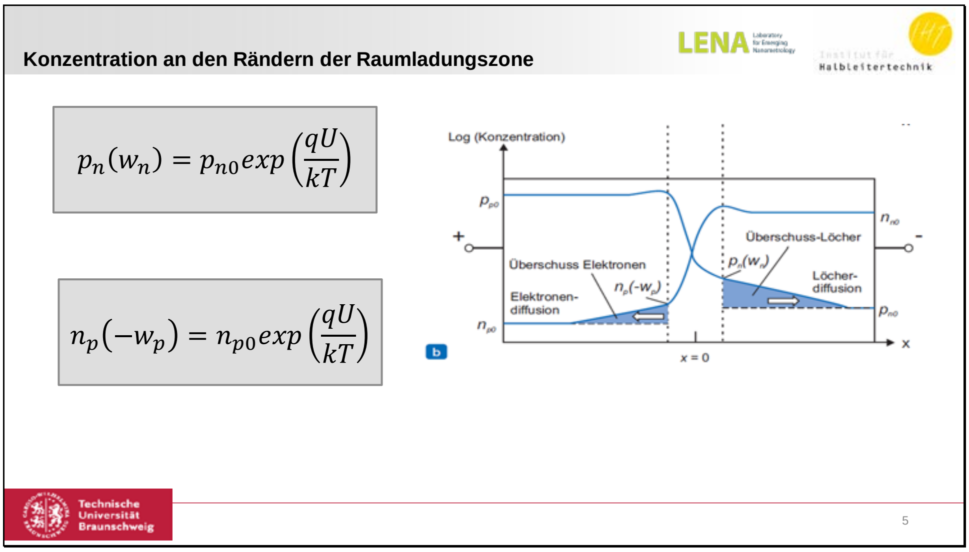
$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S (U_D - U)}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)}$$



Technische Universität Braunschweig

Legt man an einen p-n-Übergang eine äußere Spannung in Durchlassrichtung an, so muss die n-Seite negativ und die p-Seite mit positivem Potential verbunden werden. Hierdurch wird die n-Seite der Diode auf der Energieskala angehoben und die p-Seite auf der Energieskale abgesenkt. Die Potentialdifferenz zwischen p-und n-Seite, die ohne Spannung gleich der Diffusionsspannung U-D ist, wird also reduziert. Deshalb muss in die Gleichung für die Breite der RLZ die Diffusionsspannung U_D durch den Term U_D – U ersetzt werden. U ist die äußere Spannung in Durchlassrichtung. Spannungen in Durchlassrichtung werden positiv gezählt, sie reduzieren die Potentialdifferenz zwischen n- und p-Seite einer Diode.
Eine reduzierte Breite der RLZ hat nun erhebliche Konsequenzen: die Konzentration an Elektronen ist im p-Bereich, direkt am Rand der RLZ. Die Konzentration der Minoritäts-Ladungsträger ist am Rand der reduzierten RLZ noch nicht auf den Gleichgewichtswert abgefallen. Im Vergleich zur Gleichgewichtssituation ergibt sich am Rand der RLZ eine zu hohe Konzentration an Minoritäten. Minoritäten sind Elektronen im p-Bereich bzw. Löcher im n-Bereich der Diode.

Folie 5



Der Anstieg der Konzentration als Funktion der Spannung in Durchlass-Richtung hängt exponentiell von der Spannung ab. Die Konzentrationen von Ladungsträgern an den Rändern der RLZ sind durch diese beiden Gleichungen gegeben: (Gleichungen). U ist dabei die von außen angelegte Spannung in Durchlass-Richtung.

Die Minoritäts-Ladungsträgerkonzentration hängen demnach exponentiell von der äußeren Spannung U ab. Ist U=0 so ergibt sich die ursprüngliche Gleichgewichtskonzentration p0 im n-Bereich bzw. n0 im p-Bereich. Mit diesen Gleichungen kann man nun auch den Gradienten der Konzentration berechnen, und damit den Diffusionsstrom. Das Ergebnis wird die Strom-Spannungs-Kennlinie der Diode sein.

Folie 6

Der p-n-Übergang mit äußerer Spannung

$$\boxed{p_n(w_n) = p_{n0} exp\left(\frac{qU}{kT}\right)} \qquad \boxed{n_p(-w_p) = n_{p0} exp\left(\frac{qU}{kT}\right)}$$

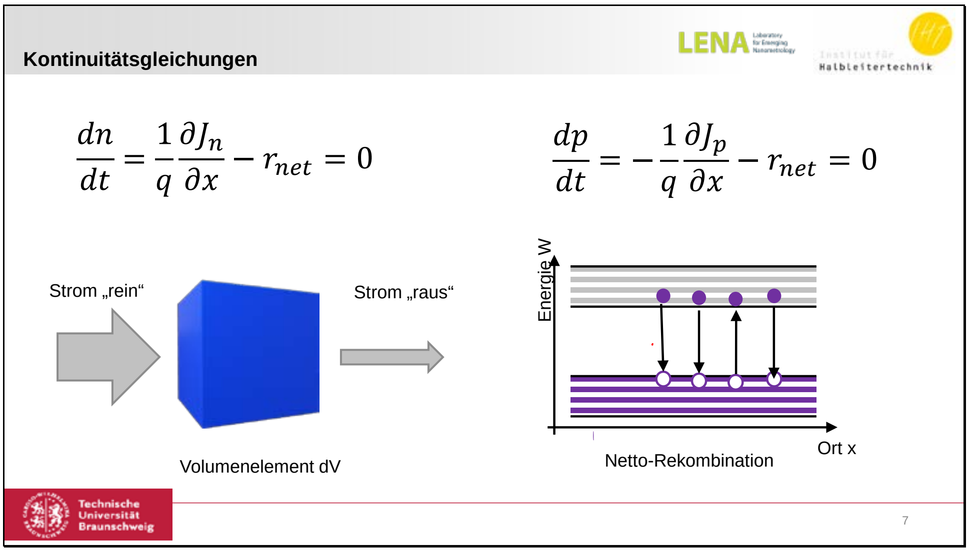
$$J_n = qn\mu_n E + qD_n\frac{\partial n}{\partial x} \qquad J_n = qn\mu_n E + qD_n\frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$$J_p = qp\mu_p E - qD_p\frac{\partial p}{\partial x} \qquad J_p = qp\mu_p E - qD_p\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

In der Drift-Diffusions-Gleichung für Elektronen und Löcherstrom taucht sowohl n als auch der Gradient von n (bzw. p und der Gradient von p) auf. An den Grenzen der Raumladungszone, also an den Stellen w_n und –w_p, sind p und n als Funktion der äußeren Spannung bekannt. Hieraus kann jetzt der Strom an diesen Stellen berechnet werden.

Damit erhält man dann aber auch den Gesamtstrom, denn: der Strom der aus der RLZ hinaus fließt, muss auch in sie hinein fließen. Dies folgt aus der Ladungserhaltung oder anders ausgedrückt aus der Knotenregel. Am Ende müssen dann nur noch beide Ströme – also der Elektronenstrom und der Löcherstrom – addiert werden.

Folie 7



Zur Berechnung des Stroms gehen wir zunächst von den Kontinuitätsgleichungen aus. Diese besagen, dass Ladung nicht verschwinden kann. Eine Änderungen der Konzentration in einem Bereich dV muss entweder durch einen Gradienten des Stroms oder eine Netto-Rekombination verursacht worden sein. Liegt ein Gradient des Stroms vor, so fließt in ein Volumenelement mehr Ladungen hinein als hinaus, demnach ändert sich im Volumenelement die Konzentration. Rekombination bedeutet, dass ein Elektron ins Valenzband fällt und dort ein Loch kompensiert. Dies führt ebenfalls zu einer Änderung der Konzentration im Volumenelement dV. Daraus ergeben sich die Kontinuitäts-Gleichungen (Gleichung). Für Elektronen und für Löcher werden zwei unabhängige Kontinuitäts-Gleichungen benötigt.

Folie 8

Kontinuitätsgleichungen + Stromgleichungen

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - r_{net} = 0 \qquad \frac{dp}{dt} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - r_{net} = 0$$

$$J_n = qn\mu_n E + qD_n\frac{\partial n}{\partial x} \qquad J_p = qp\mu_p E - qD_p\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\boxed{\mu_n E\frac{dn}{dx} + n\mu_n\frac{\partial E}{\partial x} + D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - r_{net} = 0}$$

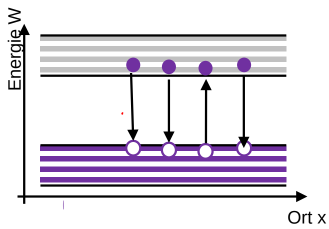
8

Die Stromdichten ergeben sich aus der Summe von Feldstrom (Gleichung) und Diffusionsstrom (Gleichung). Diese werden nun in die Kontinuitätsgleichung eingesetzt. bei der Ableitung nach x muss sowohl das Feld E als auch die Konzentration n berücksichtigt werden. Bei einem Produkt (nE) muss also nach der Produktregeln zuerst n und dann E abgleitet werden. Im Diffusionsterm muss nur der Term mit n differenziert werden, da die Diffusionskontante eine Eigenschaft der Ladungsträger beschreibt, so wie die Beweglichkeit mü auch, und deshalb konstant ist. Dies führt zu dem Ergebnis (Gleichung). Die Gleichung für Löcher ergibt sich entsprechend und ist hier der Übersichtlichkeit halber nicht gezeigt.
Hier liegt nun eine Differentialgleichung für n(x) und p(x) vor, deren Lösung die Stromdichten J_n und J_p ergeben werden.

Folie 9

Relaxationszeit-Ansatz für Netto-Rekombinationsrate r

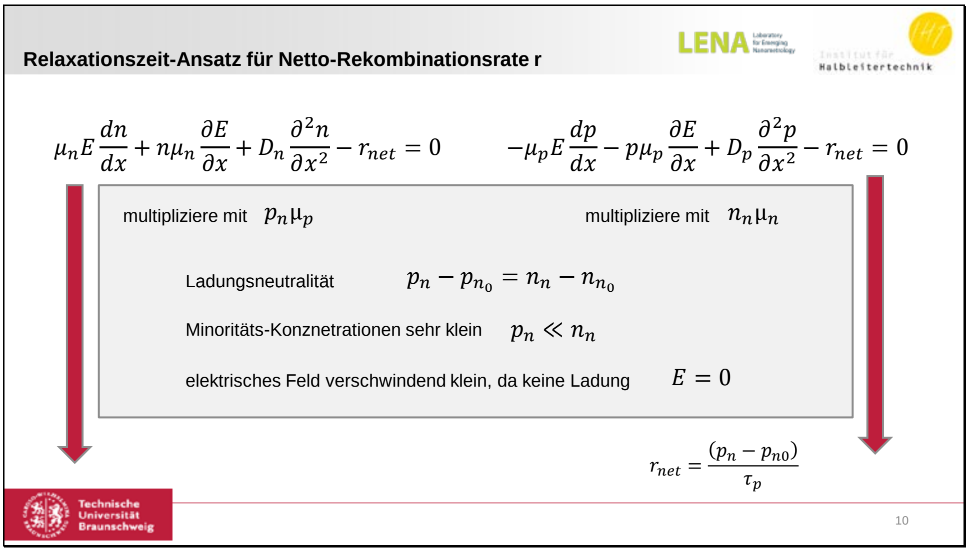
$$\mu_n E \frac{dn}{dx} + n\mu_n \frac{\partial E}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - r_{net} = 0$$



$$r_{net} = \frac{(p_n - p_{n0})}{\tau_p}$$

In der Differntialgleichung ist allerdings noch der Term r_net unbekannt. Dieser muss nun spezifiziert werden. Ein einfacher Ansatz für die Netto-Rekombinationsrate geht von folgender Vorstellung aus: 1) Im Gleichgewicht halten sich thermische Generation von Ladungsträgern und Rekombination genau die Waage. Die Netto-Rekombinationsrate ist dann gleich Null. 2) Im Nicht-Gleichgewicht steigt die Rekombinationsrate mit der Abweichung vom Gleichgewichtszustand an. Je mehr zusätzliche Ladungsträger vorhanden sind, desto höher die Rekombinationsrate. Am Rand der RLZ steigt die Konzentration der Minoritäten an, also der Löcher im n-Bereich und der Elektronen im p-Bereich. In der Gleichung für Elektronen müssen deshalb in der Rekombinationsrate die Konzentration von Minoritäten, also Löchern, auftauchen. Dies führt zu folgender Gleichung für die Rekombinationsrate von Elektronen am Rand der Raumladungszone: (Gleichung). Für Löcher ergibt sich eine entsprechende Gleichung.

Folie 10



Die beiden DGLs für Elektronen und Löcher werden nun mit p_n mü_p bzw. n_n mü_n multipliziert und addiert. Darüber hinaus werden weitere Vereinfachungen gemacht. Es wird Ladungsneutralität angenommen, d.h. der Anstieg der Minotiräts-Konzentration wird durch einen gleich großen Anstie der Majoritäts-Konzentration kompensiert. (Gleichung) Dieser macht sich allerdings nicht bemerkbar, da die Majoritäts-Konzentration um viele Größenordnungen größer ist. Terme mit Minoriäts-Konzentrationen sind viel kleiner als Terme mit Majoritäts-Konzentrationen. (Gleichung). Und auf Grund der Ladungs-Neutralität verschwindet auch das elektrische Feld und damit alle Terme, die E enthalten.

Folie 11

Relaxationszeit-Ansatz für Netto-Rekombinationsrate r

$$\mu_n E \frac{dn}{dx} + n\mu_n \frac{\partial E}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - r_{net} = 0 \qquad -\mu_p E \frac{dp}{dx} - p\mu_p \frac{\partial E}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - r_{net} = 0$$

$$r_{net} = \frac{(p_n - p_{n0})}{\tau_p}$$

$$\boxed{\frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{(p_n - p_{n0})}{D_p \tau_p} = 0}$$

Zusammen mit dem schon erwähnten Rekombinationszeit-Ansatz ergibt sich eine neue Differentialgleichung für p (Gleichung). Diese ist nun wesentlich übersichtlicher. Es handelt sich wieder um eine GL zweiter Ordnung deren Lösungen gut angegeben werden können.

Folie 12

Lösung der DGL für p(x)

$$\frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{(p_n - p_{n0})}{D_p \tau_p} = 0$$

$$\boxed{p_n(x) - p_{n0} = p_{n0}\left(exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right) exp\left(-\frac{x - w_n}{L_p}\right)}$$

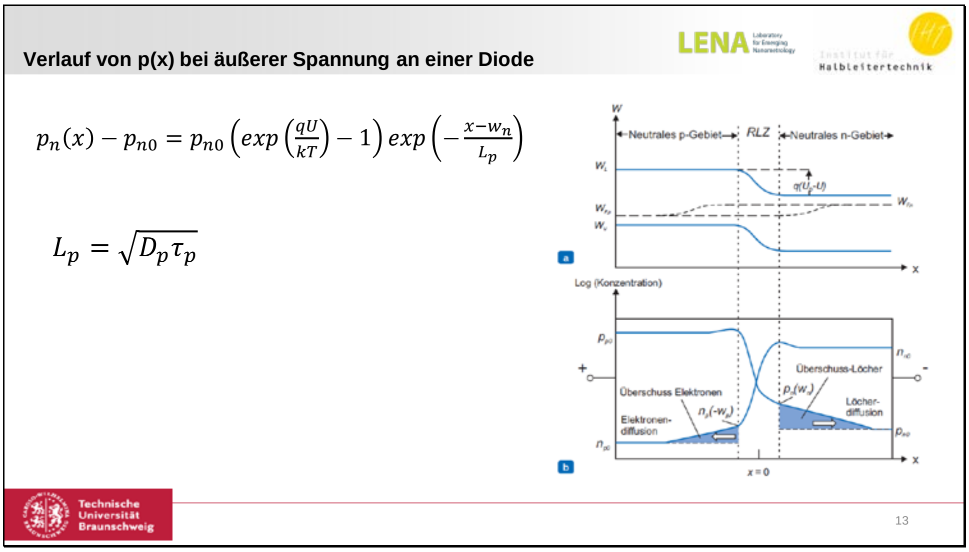
$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

Technische Universität Braunschweig

12

Die Lösungsfunktion für die DGL lautet: (Gleichung). Zum Beweis kann die Funktion als Hausaufgabe in die DGL eingesetzt werden. Sieht man sich die Lösung genauer an, so erkennen wir: 1) für U=0 ergibt sich für p(x) der Gleichgewichtswert p_n0, also die Gleichgewichts-Konzentration der Minoritäten (hier Löcher im n-Gebiet). An der Stelle x=w_n ergibt sich die schon bekannte Funktion für die Konzentration am Rand der RLZ. Diese hängt exponentiell von der äußeren Spannung U ab.
L_p nennt man Diffusionslänge. Dies ist die typische Entfernung, nach der der Überschuss an Minoriäten auf 1/e abgefallen ist.

Folie 13



Der Verlauf von p(x), der gerade quantitativ berechnet wurde, ist in der Graphik noch einmal qualitativ gezeigt. Am Rand der RLZ ist die Abweichung vom Gleichgewicht am größten. Der Überschuss von Minoritäten baut sich durch Diffusion in die n-Zone hinein exponentiall ab. Mit Kenntnis von p(x) kann nun auch der Strom berechnet werden.

Folie 14

Berechnung des Elektronenstroms über eine p-n-Diode

$$p_n(x) - p_{n0} = p_{n0}\left(exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right) exp\left(-\frac{x-w_n}{L_p}\right)$$

$$J_p(w_n) = qp\mu_p E - qD_p\frac{\partial p}{\partial x} \approx \left[-qD_p\frac{\partial p}{\partial x}\right]_{w_n}$$

$$\boxed{J_p(w_n) = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p}\left(exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right)}$$

Löcherstrom am Rand der RLZ bei w_n

Ist p(x) bekannt, so diese Funktion nun auch in die Stromgleichung eingesetzt werden. Die Stromgleichung lautet (Gleichung). Das elektrische Feld E kann wiederum als Null angenommen werden, wegen der Ladungsneutralität. Außerdem wird das Feld auch noch mit der sehr kleinen Minoritäts-Konzentration p im n-Bereich multipliziert. Dieser Term kann deshalb in sehr guter Näherung weggelassen werden. Hieraus erkennt man auch, dass es sich bei dem Strom an dieser Stelle, also dem Rand der RLZ, ausschließlich um einen Diffusionsstrom handelt. Für den Löcherstrom am Rand der RLZ an der Stelle w_n, also im n-Bereich, ergibt sich (Gleichung). Eine entsprechende Gleichung ergibt sich auch für den Elektronenstrom am Rand der RLZ im p-Bereich bei –w_p. Beide Ströme müssen nun nur noch addiert werden.

Folie 15

Berechnung des Elektronenstroms über eine p-n-Diode

$$\boxed{J_p(w_n) = J_s\left(exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right)}$$

Shockley-Gleichung

$$J_S = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n}$$

Sättigungs-Stromdichte

Technische Universität Braunschweig

15

Das Ergebnis ist die berühmte Shockley Gleichung: Stromdichte durch eine Diode als Funktion einer von außen angelegten Spannung U. Die Stromdichte steigt in Durchlassrichtung exponentiell an. Der Vorfaktor J_S wird Sättigungsstromdichte genannt und ergibt sich aus der Diffusionskonstante D und der Diffusionslänge L für Elektronen und Löcher.