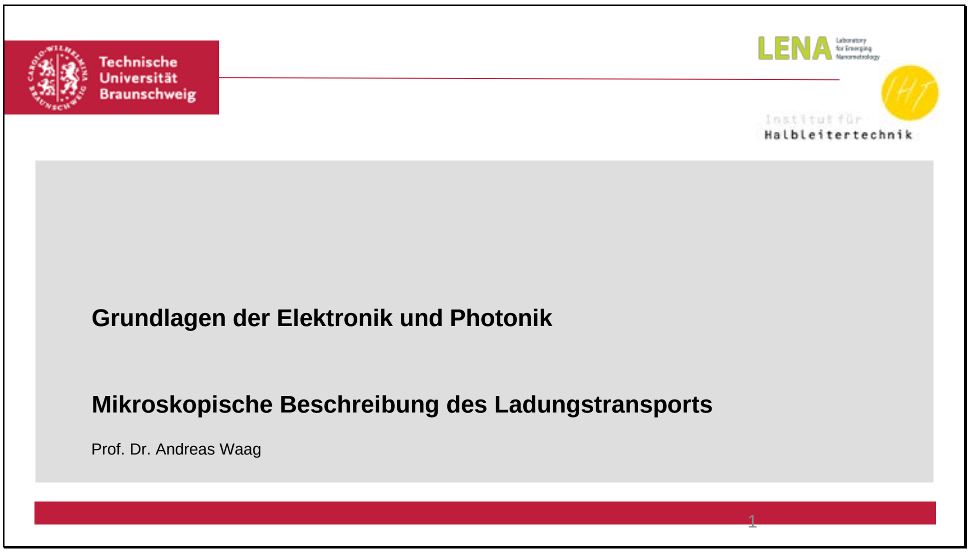
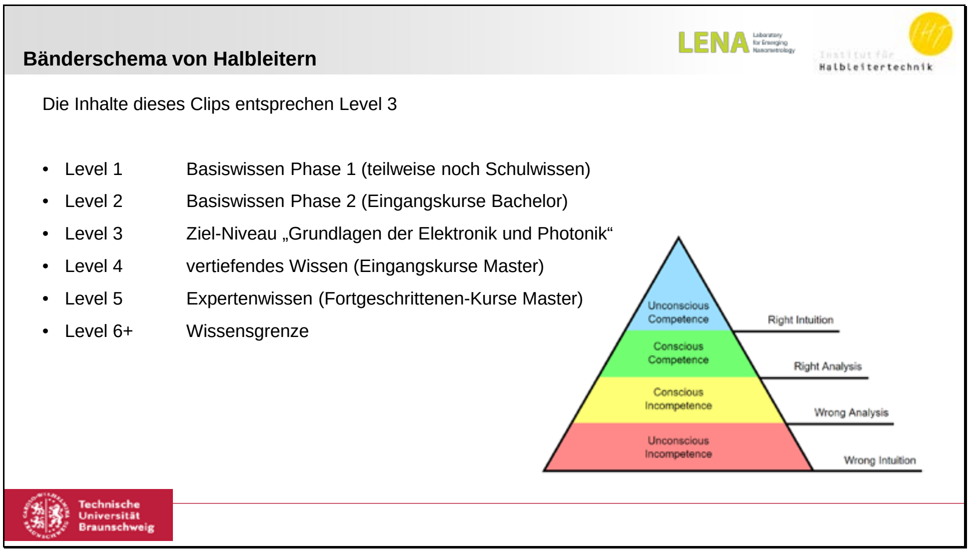
Folie 1



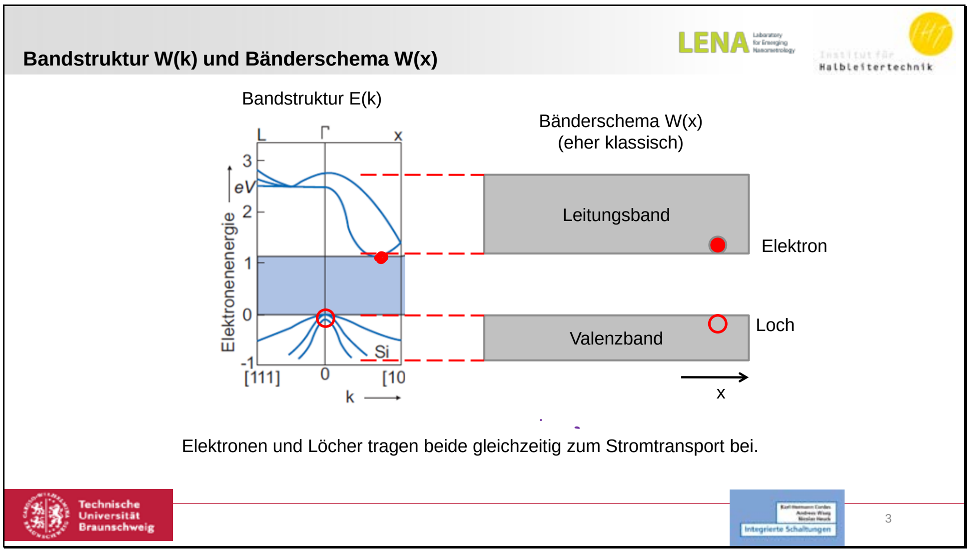
Online Kurs zu Grundlagen der Elektronik und Photonik – Die mikroskopische Beschreibung des Ladungstransports, d.h. Strom durch einen Halbleiter.

Folie 2



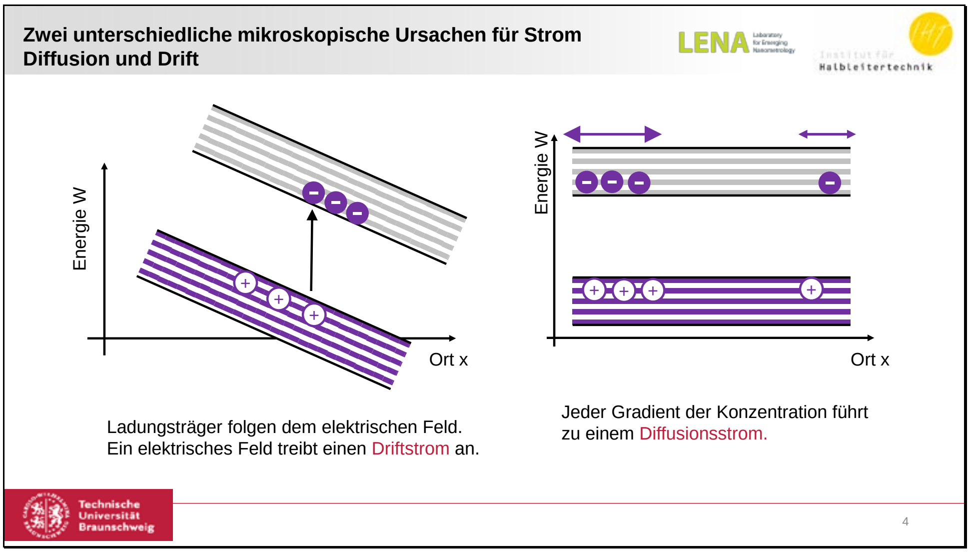
Dieser Clip behandelt die mikroskopische Beschreibung von Strom durch Halbleitern auf Level 3 – dem Zielniveau dieser Vorlesung.

Folie 3



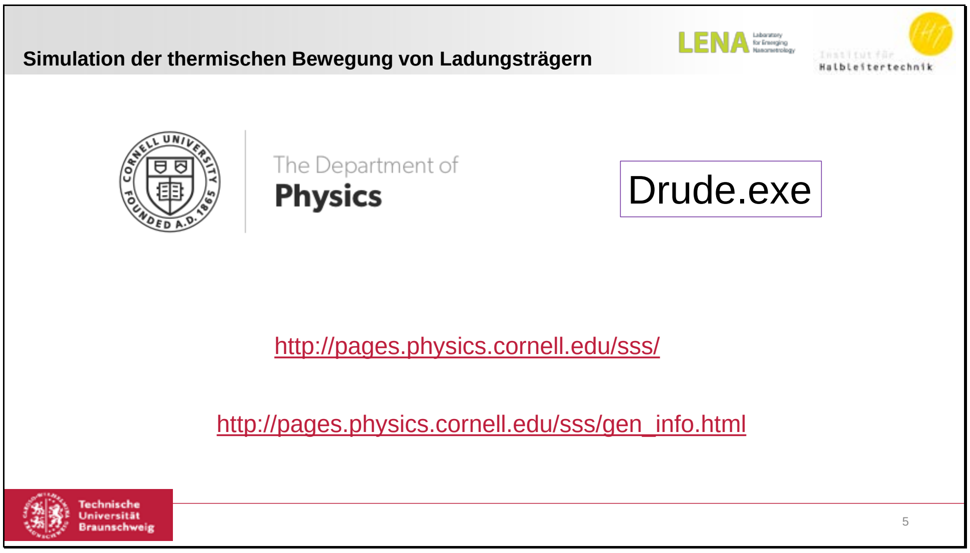
Für den Stromtransport benötigen wir bewegliche Ladungsträger: Elektronen im Leitungsband oder Löcher im Valenzband oder beide. Im undotierten Fall entstehen freie Ladungsträger durch thermische Anregung. Diese intrinsische Ladungsträger-Konzentration ist meist aber sehr klein. Deshalb werden Halbleiter als Teil von elektronischen oder photonischen Bauelementen normalerweise mit Dotierstoffen versehen, also dotiert. Dadurch kann die Ladungsträger-Konzentration bei Raumtemperatur fast beliebig eingestellt werden. Je höher die Dotierung mit Donatoren, desto größer die Elektronenkonzentration. Je höher die Dotierung mit Akzeptoren, desto höher die Löcher-Konzentration. Für die folgende Betrachtung des Stroms durch Halbleiter spielt die Herkunft der Ladungsträger keine Rolle.
Strom ist definiert als Ladung pro Zeit durch einen Querschnitt in einem Leiter oder einer Halbleiterschicht. Im folgenden betrachten wir ein halb-klassisches Modell des Ladungstransports durch einen Halbleiter: das Drude-Modell. Der Physiker Drude hat dieses Modell erstmals diskutiert. Das Modell besticht durch seine Einfachheit. Strom müsste ja eigentlich als die Bewegung eines Wellenpakets durch das periodische Potential des Kristalls beschrieben werden. Die Effektive-Masse-Näherung erlaubt es uns aber, Elektronen und Löcher doch als Teilchen zu betrachten. Der Einfluss des periodischen Potentials steckt einzig in der effektiven Masse der Ladungsträger. Die effektive Masse wir aus der Bandstruktur abgeleitet und hängt von der zweiten Ableitung der Energie W nach der Wellenzahl k ab. Dies ist die Krümmung der W(k)-Funktion an den Stellen, an denen die Energie der Ladungsträger minimal ist.

Folie 4



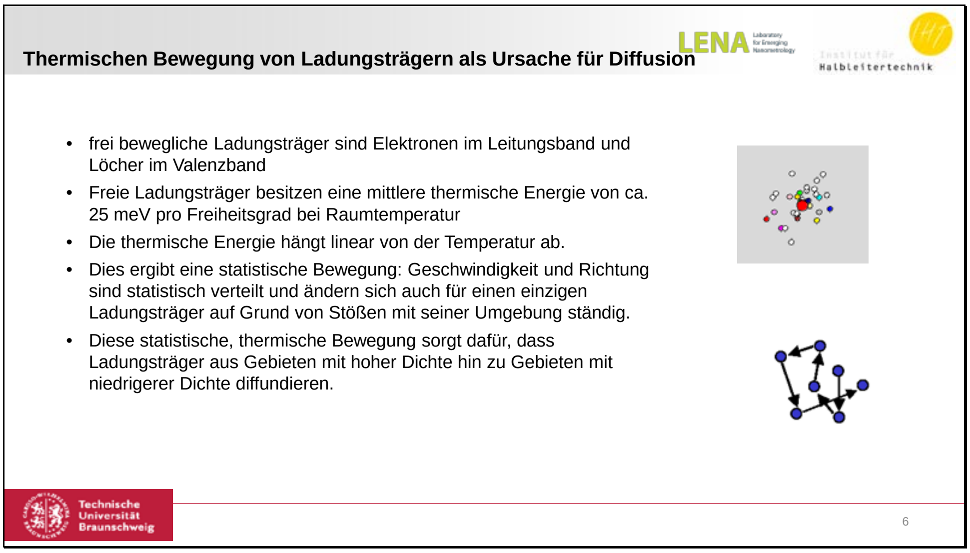
Es gibt generell zwei völlig unabhängige Ursachen für das Auftreten eines Netto-Stroms. Die eine, naheliegende Ursache ist ein elektrisches Feld. Die Ladungsträger folgen dem elektrischen Feld. Im Bänderschema verursacht ein elektrisches Feld eine Steigung im W(x) Diagramm und die Ladungsträger bewegen sich in Richtung niedrigerer Energien.
Die zweite mögliche Ursache für Stromtransport ist die Diffusion. Um Diffusion als Ursache für Stromtransport zu verstehen müssen wir uns zunächst klar machen, dass Ladungsträger in einem Halbleiter niemals völlig in Ruhe sind. Jeder Ladungsträger besitzt eine thermische Energie. Diese beträgt bei Raumtemperatur ca. 25 meV und gibt Anlass zu einer thermischen Bewegung. Die Richtung dieser Bewegung und auch die Geschwindigkeit und damit verbunden die kinetische Energie ist statistisch verteilt und ändert sich ständig. Die Verteilung der Energie, d.h. die Wahrscheinlichkeit, mit der ein bestimmter Energiebetrag vorkommt, wird durch Gesetze der Thermodynamik, genauer den thermodynamsichen Verteilungsfunktionen, beschrieben. Die für Elektronen und Löcher zustdängie Verteilungsfunktion ist die der Fermi-Dirac-Statistik: die Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion. Sehen wir uns eine einfache Simulation für die thermische Bewegung zunächst ohne quantitative Betrachtung an.

Folie 5



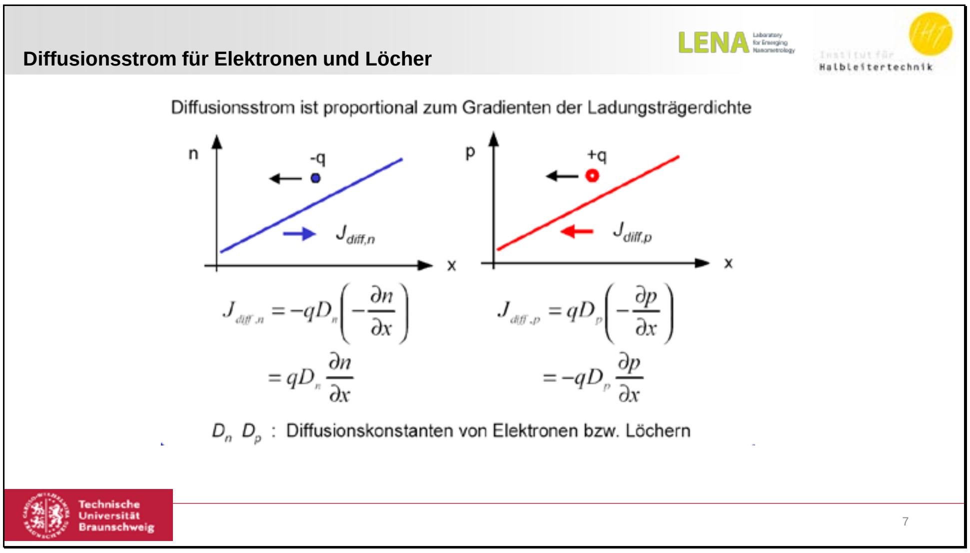
Die folgende Simulation stammt vom Department of Physics der Cornell University. Auf den Webseiten können noch viele weitere Simulationen zu Eigenschaften von Halbleitern abgerufen werden.

Folie 6



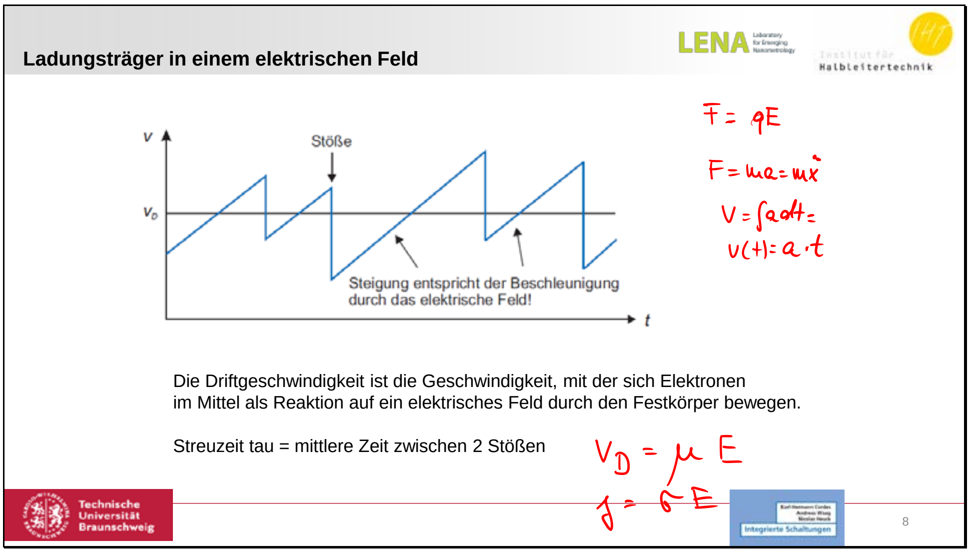
Wir halten fest: Ursache für Diffusion ist die thermische Bewegung von Ladungsträgern. Die thermische Energie beträgt bei Raumtemperatur 25 meV pro Freiheitsgrad. Die statistische Bewegung der Ladungsträger verursacht einen Netto-Strom von Gebieten mit hoher Teilchen-Dichte hin zu Gebieten mit niedrigerer Teilchen-Dichte. Der Diffusionsstrom ist proportional zum Gradienten der Ladungsträgerkonzentration.

Folie 7



Zur quantitativen Beschreibung des Diffusionsstroms verwenden wir die üblichen Diffusionsgesetzte, auch Fick´sche Gesetze genannt. Auf der Basis einfacher statistischer Überlegungen ergibt sich, dass der Diffusionsstrom proportional zum Gradienten der Teilchen-Dichte sein muss. Bei der Beschreibung müssen wir sorgfältig zwischen Teilchen-Strom und Ladungs-Strom unterscheiden. Die Größe J in den Gleichungen hier bezeichnet die Ladungsstromdichte, als den Ladungsstrom pro Fläche Leiterquerschnitt. Während der Teilchenstrom immer in Richtung niedrigerer Teilchendichte fließt, hängt der Ladungstrom vom Vorzeichen der Ladung ab, ist für Elektronen und Löcher also unterschiedlich. Die Gleichungen im einzelnen: J ist die Stromdichte, q die Elementarladung, D der Diffusionskoeffizient, und dann tauchen in den Gleichungen natürlich noch die Gradienten der Teilchendichte auf. Die Teilchendichte wird oft die Einheit 1/cm3 verwendet. Die anderen Einheiten ergeben sich entsprechend. (Gleichungen). Zu beachten: Die Gleichung für den Diffusionstrom von Löchern und Elektronen unterscheiden sich durch ein Minuszeichen, das der unterschiedlichen Richtung des Ladungsstroms Rechnung trägt.
Obwohl Halbleiter-Bauelemente immer elektrisch angesteuert werden, spielt der Diffusionstrom – wie wir später sehen werden - doch eine entscheidende Rolle. Ohne Verständnis des Diffusionsstroms kann man auch die Funktion einer Diode, eines Transistors oder einer LED nicht verstehen. So ist z.B. der Durchlass-Strom einer LED ein Diffusionsstrom, obwohl die LED mit einer von außen angelegten Spannung angetrieben wird. Dieser anscheinende Widerspruch muss bei der quantitativen Beschreibung der Funktionsweise einer LED genauer besprochen werden.

Folie 8



Kommen wir nun zur zweiten Ursache von Strom: dem Driftstrom, verursacht durch ein von außen angelegtes elektrisches Feld. Dieser Strom ist seht gut bekannt, aus dem Ohmschen Gesetz. Strom ist proportional zur angelegten Spannung, und diese wiederum erzeugt ein elektrisches Feld. Während das Ohmsche Gesetz eine makroskopische Beschreibung ist und die makroskopischen Größen Spannung und Strom beinhaltet, wollen wir nun Strom mikroskopisch betrachten. Das bedeutet, dass wir einzelne Ladungsträger und deren Reaktion auf ein elektrisches Feld betrachten wollen.

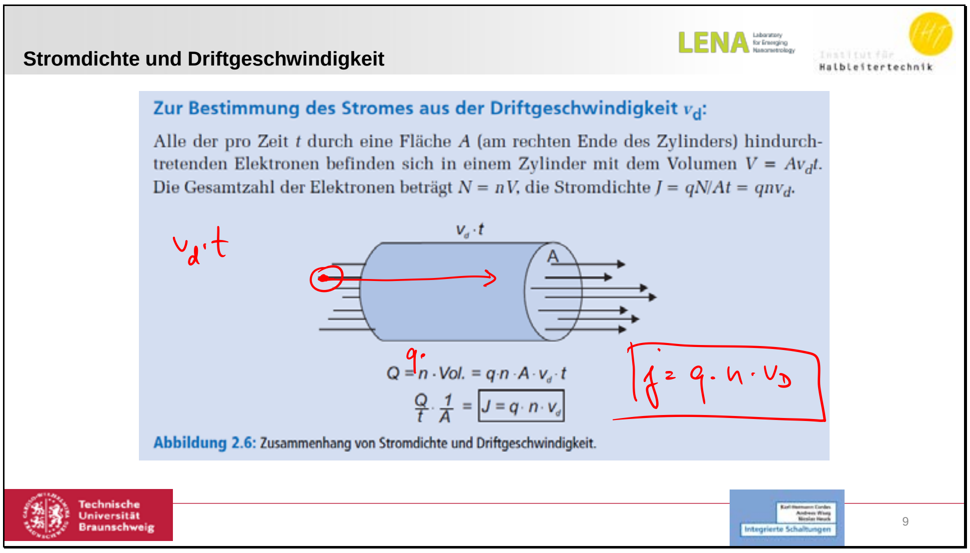
In der Abbildung ist die Geschwindigkeit eines Ladungsträgers, der sich im Einflussbereich eines elektrischen Feldes befindet, als Funktion der Zeit aufgetragen. Ein im Raum konstantes elektrisches Feld E wirkt auf einen Ladungsträger und erzeugt eine elektrische Kraft F=qE. q ist die Ladung des Ladungsträgers, also des Elektrons oder des Lochs. Diese Kraft, konstant in der Zeit, führt entsprechend den Newtonschen Gesetzen der Mechanik zu einer konstanten Beschleunigung a. Eine konstante Beschleunigung wiederum führt zu einem linearen Anstieg der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit. Genau dies ist in der Abbildung gezeigt.

Die Geschwindigkeit des Ladungsträger nimmt allerdings nicht ständig zu, sondern dieser wird auf dem Weg durch den Kristall auch irgendwann seine überhöhte Energie wieder abgeben. Man spricht in der Physik von „Streuung“. Ladungsträger werden im Kristall gestreut und geben ihre Überschuss-Energie, die sie durch das elektrische Feld aufgenommen haben, wieder ab. Diese Energieabgabe ist ein statistischer Prozess.

An was genau „stoßen“ bzw. „streuen“ diese Ladungsträger ? Es sind nicht die Atome des Kristallgitters. Die Atome bauen nämlich gerade die Bandstruktur auf, in der sich die Ladungsträger bewegen. Die Elektronen und Löcher stoßen hingegen an Abweichungen von der idealen Periodizität, also gerade lokalen Änderungen der idealen Bandstruktur. Diese können durch thermische Bewegung der Atome weg von ihren idealen Gitterplätzen oder durch Fremdatome verursacht werden. Man spricht dann von Streuung an Gitterschwingungen (Phononen) und Streuung an Störstellen

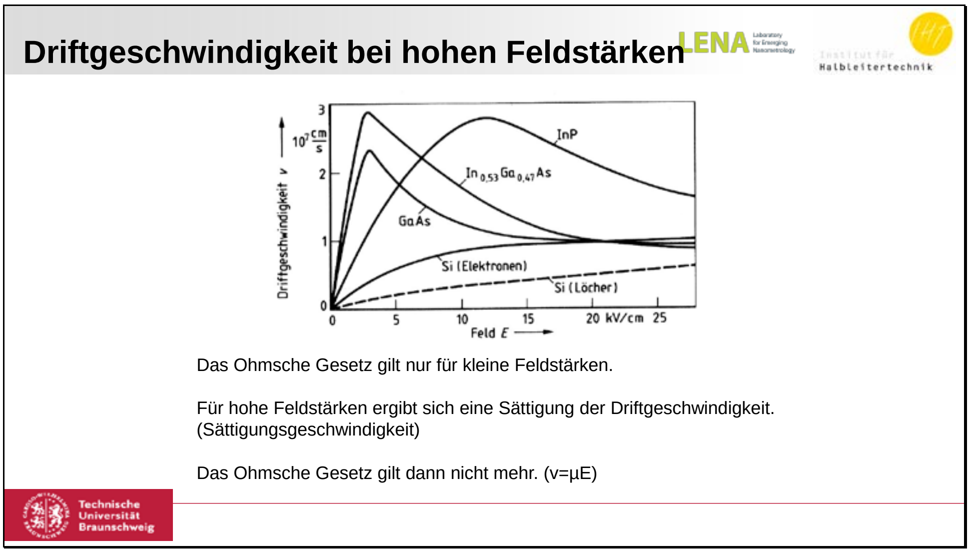
wie z.B. Donatoren oder Akzeptoren. In der Physik kann man Streutheorien entwickeln, die eine quantitative Beschreibung der Streuparameter zulassen. Dies würde aber weit über das aktuelle Niveau hinaus gehen.
Unabhängig von der genauen Natur der Streuprozesse bleibt folgende Erkenntnis: durch die Streuung der Ladungsträger wird aus einer eigentlich beschleunigten Bewegung eine mittlere Bewegung mit einer Geschwindigkeit v_D, der Driftgeschwindigkeit. Diese Driftgeschwindigkeit kann zumindest bei kleinen Feldstärken als proportional zum mikroskopischen elektrischen Feld E angenommen werden. Die Proportionalitätskonstante nennt man Beweglichen (engl.: Mobility)

Folie 9



Es ist anschaulich klar, dass Ladungsträger, die sich mit einer mittleren Geschwindigkeit v_D, also der Driftgeschwindigkeit, bewegen, einen Strom darstellen. Dieser Strom wird Drift-Strom genannt. Wie kann man nun aus der Drift-Geschwindigkeit den Drift-Strom berechnen ? Hierzu betrachten wir folgendes Gedankenexperiment, das in der Abbildung dargestellt ist: die Elektronen sollen sich durch einen Leiter mit der Querschnittsfläche A bewegen. In einer Zeit t wollen wir die Gesamtladung bestimmen, die durch den Querschnitt A durchtritt. Der Strom ergibt sich dann als I = Q/t. In einer Zeit t werden alle Elektronen durch den Querschnitt A durchtreten, die höchsten eine Entfernung von dx = v_D * t haben. Die Gesamtladung Q, die in der Zeit t durch den Querschnitt AQ hindurchtritt, ergibt sich dann als Q = q * n * Volumen des Zylinders mit der Länge dx, also Q = qnAv_d*t. n ist dabei die Teilchendichte bzw. Ladungsträgerkonzentration.
Dividiert man diesen Term durch die Zeit t und die Fläche A, so erhält man die Stromdichte j. Das Ergebnis: j = q *n*v_d. Wie erwartet ist die Stromdichte proportional zur Driftgeschwindigkeit, multipliziert mit der Teilchendichte und der Ladung eines Ladungsträgers. q ist dabei die Elementarladung.

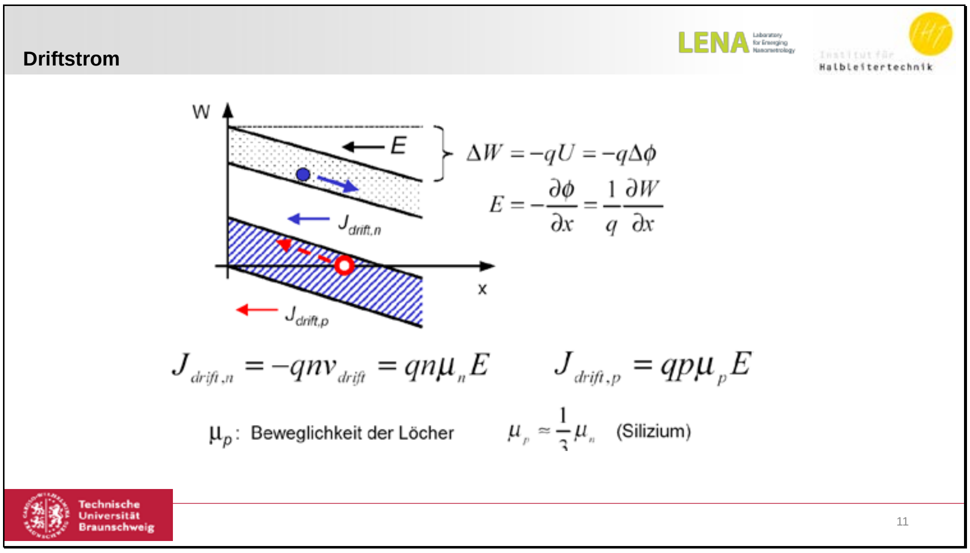
Folie 10



Wie hängt nun aber die Driftgeschwindigkeit vom elektrischen Feld ab ? Gerade eben hatten wir noch angenommen, dass die Drift-Geschwindigkeit proportional zur elektrischen Feldstärke ist. Dies gilt allerdings nur für „kleine“ elektrische Felder. Heutige Transistoren mit einer Gate-Länge von nur noch 10 nm und einer darüber abfallenden Spannung von ca. 1 V sind aber schon durch sehr große elektrische Feldstärken geprägt. Dort gilt die Linearität zwischen Drift-Geschwindigkeit und Feldstärke nicht mehr .

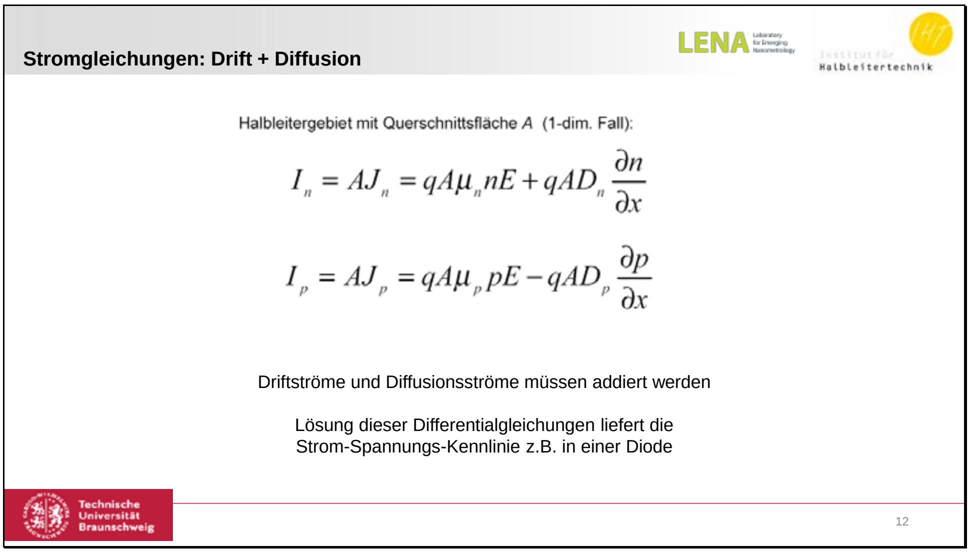
Der Zusammenhang zwischen Driftgeschwindigkeit und Feldstärke ist kompliziert und hängt letztlich davon ab, welche Streumechanismen bei welchen Feldstärken dominieren. Die detaillierte physikalische Beschreibung ist sehr kompliziert und teilweise sselbst für Silizium noch Gegenstand aktueller Forschung. Die experimentell gefundenen Abhängigkeiten sind in der Abbildung gezeigt. Für kleine Feldstärken erkennt man die erwartete Linearität. Für große Feldstärken allerdings ergeben sich drastische Abweichungen vom linearen Verhalten. Für Silizium z.B. ergibt sich eine Sättigung der Drift-Geschwindigkeit für hohe Feldstärken. Dies wird bei der Beschreibung der Funktionsweise von Transistoren, insbesonder von Kurzkanal-MOSFETs, später noch eine wichtige Rolle spielen. Für GaAs z.B. erkennt man sogar eine Abnahme der Driftgeschwindigkeit für hohe Feldstärken. Dies ist gegen unsere Intiution, hängt aber der komplizierten Abhängigkeit der Streuprozesse von der Feldstärke zusammen. Eine quantitative Beschreibung müsste streng quantenmechanischen Regeln folgen.

Folie 11



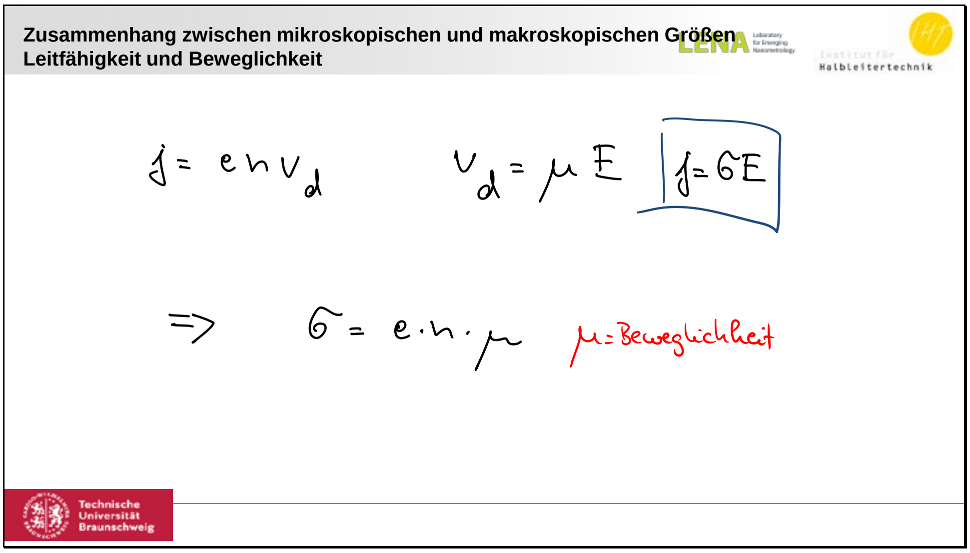
Setzen wir nun beide Gleichungen ineinander ein, so erhalten wir die Stromdichte als Funktion des elektrischen Feldes. (Gleichung) Die Gleichungen für Elektronenstrom und Löcherstrom unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen.
q ist die Elementarladung, n die Elektronenkonzentration und µ die Beweglichkeit. Hier ist auch noch einmal gezeigt, wie das elektrische Feld und die Energie zusammenhängen: Die Energiedifferenz zwischen 2 Positionen im Ort delta-W ist die Ladung q multipliziert mit der Potentialdifferenz U zwischen diesen beiden Punkten. Da sich das elektrische Feld aus der Ableitung des Potentials ergibt, ist das Feld auch proportional zum Gradienten der Energie. Dies ist der Grund, warum die Bänder im Bänderschema bei Auftreten eines elektrischen Feldes eine Steigung aufweisen. Die Beweglichkeit µ hängt vom Typ der Ladungsträger ab. Sie ist im Allgemeinen für Elektronen kleiner als für Löcher. Die Beweglichkeit µ hängt nämlich von der effektiven Masse ab, die sich für Elektronen und Löcher unterscheidet. Zunächst fassen wir jedoch die Gleichungen für Driftstrom und für Diffusionsstrom zusammen.

Folie 12



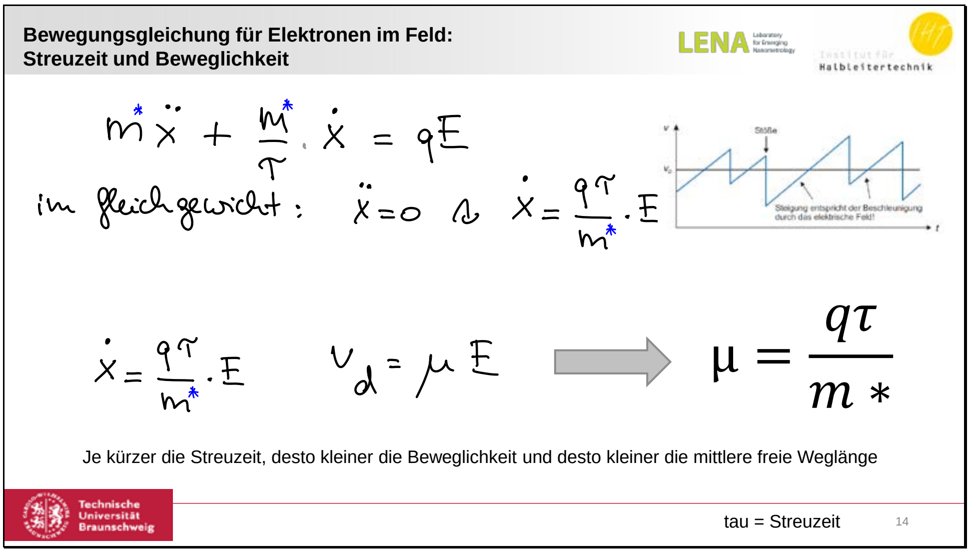
Die allgemeinen Stromgleichungen für Elektronen und Löcher berücksichtigen sowohl den Driftstrom als auch den Diffusionstrom. Man erkennt in der Gleichung den Driftstrom als den Term, der proportional zum elektrischen Feld ist. Der Diffusionsstrom dagegen ist proportional zum Gradienten der Ladungsträger-Konzentration. Die bestimmenden Parameter sind einemal die Beweglichkeit μ für den Driftstrom, und die Diffusionskonstant D für den Diffusionsstrom.
Diese Differentialgleichungen werden wir später lösen, um z.B. die Abhängigkeit des Stroms durch eine Diode von der äußeren Spannung – oder mit anderen Worten die Strom-Spannungs-Kennlinie - zu berechnen.

Folie 13



Strom kann damit einerseits mikroskopisch beschrieben werden. Relevante Größen sind die lokale Feldstärke E, die Beweglichkeit µ und die Driftgeschwindigkeit v_d. Strom kann aber auch makroskopisch beschreiben werden. Relevante Größen sind dann die elektrische Feldstärke E, die Leitfähigkeit sigma, und die Stromdichte j. Vergleicht man beide Gleichungen (Gleichungen) so kann man einen Zusammenhang zwischen Leitfähigkeit sigma und Beweglichkeit µ ableiten: (Gleichung)

Folie 14

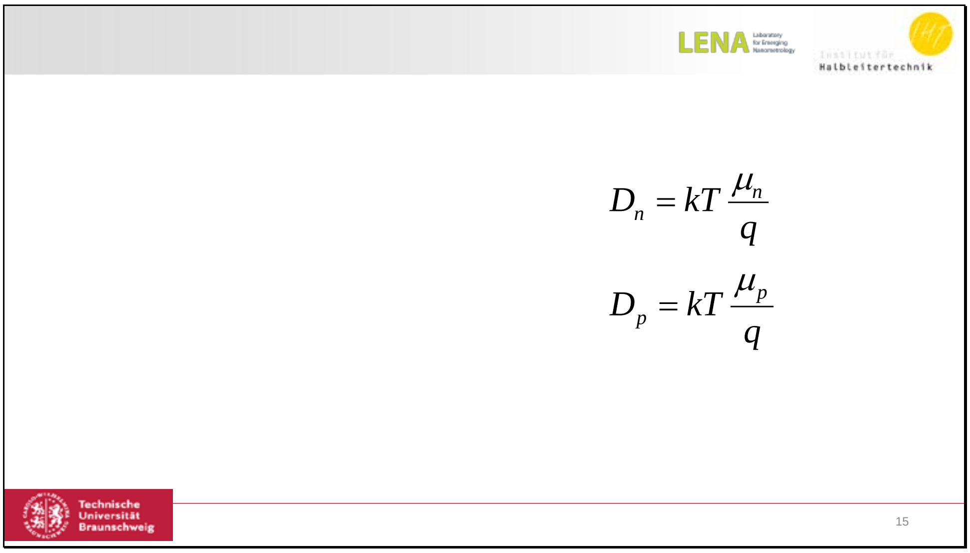


Betrachten wir nun die klassische Bewegungsgleichung eines Elektrons in einem elektrischen Feld E. Die immer wiederkehrenden Stöße, die zur Abgabe von kinetischer Energie führen, werden von einem „Reibungsterm" dargestellt. Die Reibungskraft führt zu einem Abbremsen der Ladungsträger und ist propotional zur Geschwindigkeit v. Die Geschwindigkeit v wiederum ist die erste Ableitung des Orts nach der Zeit. Der Proportionalitätsfaktor kann als effektive Masse m* durch die Relaxationszeit tau geschrieben werden. Die Streuzeit tau entspricht der mittleren Zeit, die zwischen 2 Stößen vergeht.

So ergibt sich folgende Differentialgleichung (Gleichung). Im stationären Gleichgewicht bewegt sich der Ladungsträger mit konstanter Geschwindigkeit, die Beschleunigung a=d2x/dt2 ist Null. Daraus ergibt sich eine Gleichung für die Geschwindigkeit im stationären Gleichgewicht, also die Drift-Geschwindigkeit: v_d = (q*tau)/m*

Im Ergebnis lernen wir, dass die Driftgeschwindigkeit von der effektiven Masse und der Streuzeit tau abhängt.

Folie 15



Sowohl Diffusion als auch Drift hängen anschaulich von der Streuzeit und damit der mittleren freien Weglänge ab. Deshalb ist es nicht verwunderlich, dass es einen Zusammenhang zwischen Diffusionskonstante D und Beweglichkeit μ gibt. (Gleichung) Die zugehörigen Gleichungen nennt man „Einstein-Beziehung“.

Folie 16

Die Beweglichkeit unterschiedlicher Materialien

Material	Elektronen	Löcher	Anmerkungen
organische Halbleiter	≤ 10		
Rubren		40	höchste Beweglichkeit unter den organischen Halbleitern
übliche Metalle	≈ 50		
Silizium (kristallin, undotiert)	1.400	450	
Germanium	3.900	1.900	
Galliumarsenid	9.200	400	
Indiumantimonid	77.000		
Kohlenstoff-Nanoröhrchen	100.000		
Graphen	10.000		auf SiO_2-Träger
Graphen	350.000		bei 1,6 K; bisheriger Maximalwert[1]
Zweidimensionales Elektronengas	35.000.000		nahe dem absoluten Nullpunkt[2]

Elektronen- und Löchermobilität verschiedener Materialien in $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$ bei 300 K

Aus der Beweglichkeit kann man die mittleren freien Weglängen der Ladungsträger berechnen. Beweglichkeiten und Streuzeiten sind für unterschiedliche Materialien sehr unterschiedlich. Bei Streuzeiten, wie sie in Metallen vorkommen, von 10^-14 sec ergibt sich aus einer einfachen Rechnung eine mittlere freie Weglänge von ca. 1 nm. In Halbleitern allerdings sind die Beweglichkeiten und damit die Streuzeiten deutlich länger. Es ist nicht ungewöhnlich, dass mittlerweile freie Weglängen in Halbleitern größer sind als die Abmessungen der Halbleiter-Bauelemente. Dies hat wiederum Konsequenzen für die Beschreibung von z.B. sehr kleinen Transistoren, bei denen die Gate-Länge kleiner ist als die mittlere freie Weglänge. Die Ladungsträger werden dann innerhalb des Kanals nicht mehr gestreut, sie fliegen „ballistisch" durch den Kanal hindurch. Dies bezeichnet man als ballistischen Stromtransport. Hohe Beweglichkeiten sind darüber hinaus für schnell schaltende Transistoren interessant. Die Beweglichkeit von Elektronen in Silizium liegt bei Raumtemperatur bei ca. 1400 cm2/Vs, die von Löchern bei 450 cm2/Vs. 2-dimensionale Halbleiter-Systeme können wesentlich höhere Bewelichkeiten erreichen.

Folie 17

Beweglichkeit, effektive Masse und mittlere freie Weglänge

LENA Laboratory for Emerging Nanometrology

Institut für Halbleitertechnik

hier fehlt eine Tabelle - Hausaufgabe

Technische Universität Braunschweig

Als Hausaufgabe soll eine Tabelle erstellt werden, die Beweglichkeit μ, effektive Masse m*, mittlere freie Weglänge und Streuzeit tau für verschiedenen relevante Halbleiter-Materialien zusammenfasst.